

SEGUNDO NIVEL



XVI-201

En el cine, en la función del domingo, las entradas cuestan \$ 7 para menores y \$ 12 para mayores. Cada mayor compró, además de su entrada, entradas para 2 menores.

Este domingo por la venta de entradas se obtuvieron \$ 1638.

¿Cuántas entradas se vendieron en total?

Solución de Sandra Mongelat

Cada mayor compró 3 entradas: 1 para él y 2 para menores.

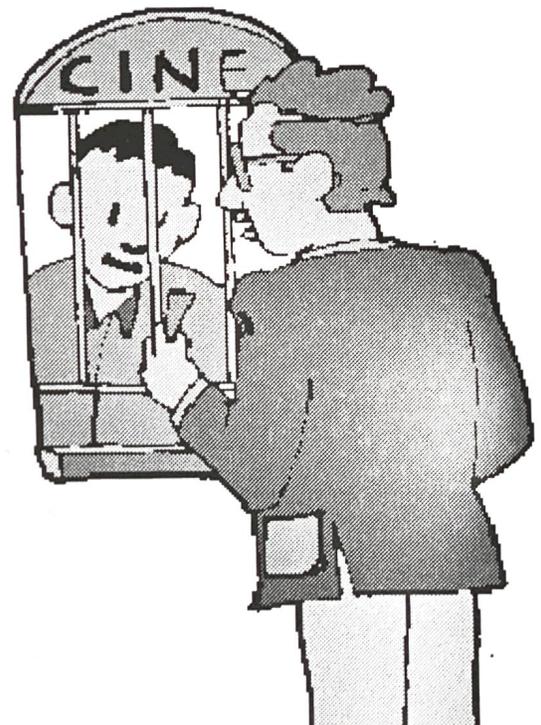
Cada mayor gastó $\$ 12 + \$ 7 \times 2 = \$ 26$ en entradas.

$$\begin{array}{r} 1638 \quad | \quad 26 \\ 078 \quad 63 \\ 001 \end{array}$$

Fueron 63 mayores los que compraron entradas.

$$63 \times 3 = 189$$

Rta. *En total se vendieron 189 entradas.*



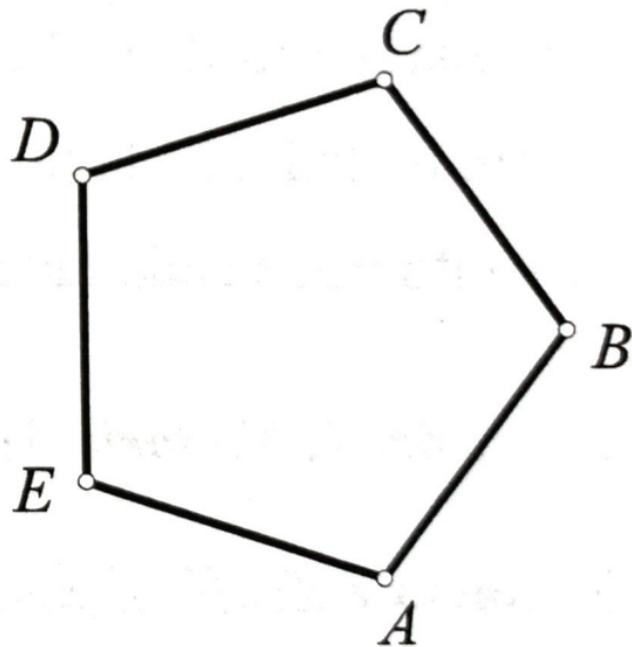


XVI-202

En el pentágono $ABCDE$ se trazaron todas las diagonales desde el vértice A y todas las diagonales desde el vértice B .

Identifica todos los triángulos que quedaron dibujados.

¿Cuántos son?

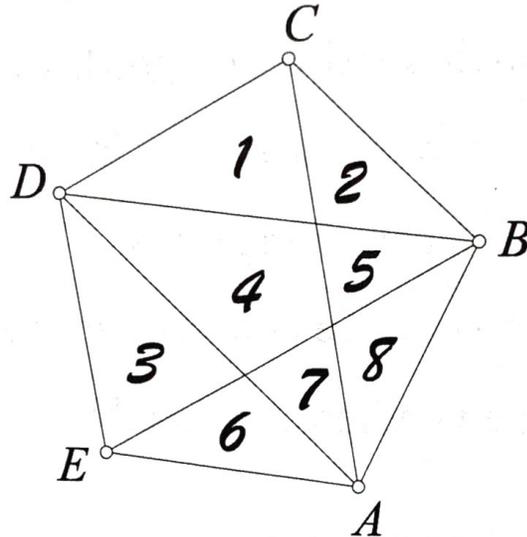


Solución de Valeria Nesis

Trazo las diagonales desde el vértice A y desde el vértice B.

Son AC, AD, BD y BE.

El pentágono queda partido en 8 regiones.



Identifico los triángulos indicando cuántas y cuáles de las regiones los forman.

- De 1 hay 7 triángulos

1-2-3-5-6-7 y 8

- De 2 hay 8 triángulos

12-25-36-45-47-58-67-78

- De 3 hay 4 triángulos

147-258-345-678

- De 4 hay 1 triángulos

4578

En total son 20 triángulos.



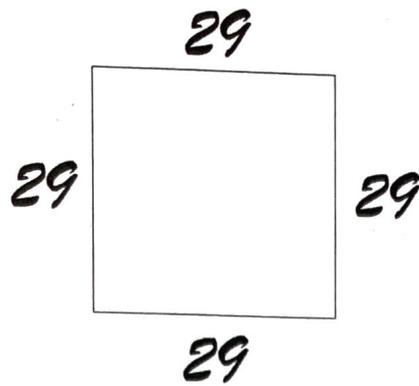
XVI-203

Un rectángulo $ABCD$ tiene igual perímetro que un cuadrado de 29 cm de lado. El lado AB mide 12 cm más que el lado BC .
¿Cuánto mide cada lado del rectángulo $ABCD$?

Solución de Victoria Mosquera

Primero calculé el perímetro del cuadrado:

$$29 \text{ cm} \times 4 = 116 \text{ cm}$$



Como el rectángulo ABCD tiene igual perímetro que el cuadrado, el perímetro del ABCD es 116 cm.

Si los lados mayores del ABCD miden 12 cm más que los más chicos, hacemos $12 \text{ cm} \times 2 = 24 \text{ cm}$ se lo restamos a 116 cm y al resultado lo dividimos por 4 para poder obtener la longitud de un lado chico.

$$116 \text{ cm} - 24 \text{ cm} = 92 \text{ cm}$$

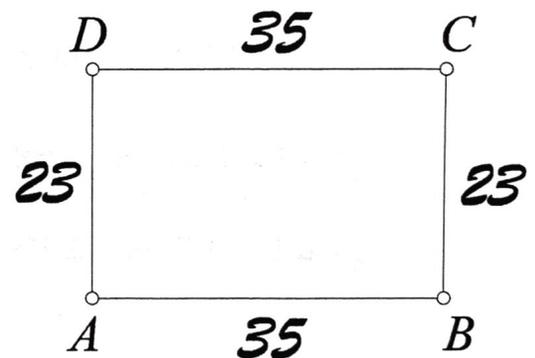
$$92 \text{ cm} \div 4 = 23 \text{ cm}$$

Cada lado chico del ABCD mide 23 cm.

Para obtener un lado mayor hay que hacer

$$23 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 35 \text{ cm}.$$

Rta: Los lados del rectángulo miden 35 cm y 23 cm.





XVI-204

En el gimnasio hay 148 personas. Todas las mujeres y la tercera parte de los varones hacen bicicleta.

Si hay 98 bicicletas ocupadas, ¿cuántas mujeres y cuántos varones hay en el gimnasio?

Solución de Federico Balina

Entre mujeres y varones son 148.

Como todas las mujeres hacen bicicleta y hay 98 bicicletas ocupadas,

$148 - 98 = 50$ son los varones que no hacen bicicleta.

Los varones que no hacen bici son $\frac{2}{3}$ del total.

$$\frac{2}{3} \text{ varones} \longrightarrow 50$$

$$\frac{1}{3} \text{ varones} \longrightarrow 50 \div 2 = 25$$

Las mujeres son $98 - 25 = 73$

Los varones son $50 + 25 = 75$

Rta: Hay 73 mujeres y 75 varones en el gimnasio.

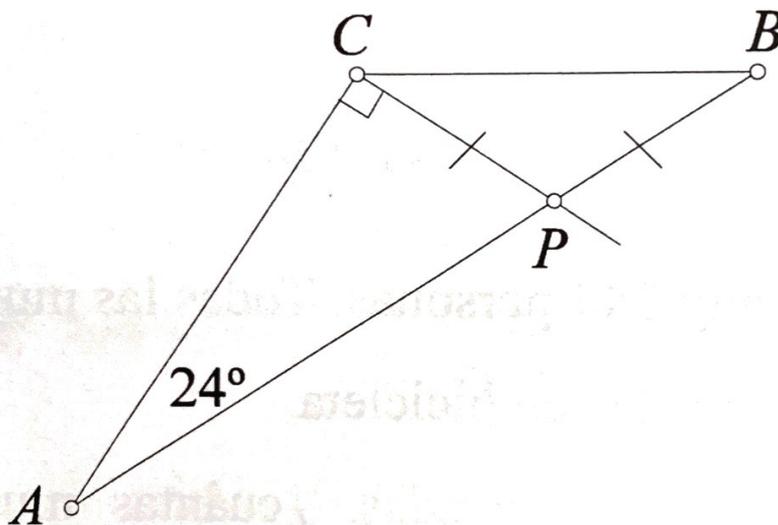


XVI-205

En el triángulo ABC , se marca un punto P sobre el lado AB de modo que AC es perpendicular a CP y $BP = PC$. Si $\hat{A} = 24^\circ$, ¿cuánto miden los otros ángulos interiores del triángulo ABC ?

Solución

Hacemos una figura de análisis



En el triángulo APC : $\hat{A}PC + 90^\circ + 24^\circ = 180^\circ$

$$\hat{A}PC = 66^\circ$$

Como

$$\hat{A}PC + \hat{C}PB = 180^\circ$$

$$\hat{C}PB = 180^\circ - \hat{A}PC$$

$$\hat{C}PB = 180^\circ - 66^\circ$$

$$\hat{C}PB = 114^\circ$$

$$\text{En el triángulo } PBC \begin{cases} \hat{C}PB + \hat{P}BC + \hat{B}CP = 180^\circ \\ \hat{P}BC = \hat{B}CP \end{cases}$$

$$\text{Entonces} \quad 114^\circ + 2 \hat{P}BC = 180^\circ$$

$$\text{y resulta} \quad \hat{P}BC = 33^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{P}BC, \text{ luego} \quad \boxed{\hat{B} = 33^\circ}$$

$$\hat{C} = \hat{A}CP + \hat{B}CP = 90^\circ + 33^\circ = 123^\circ$$

$$\boxed{\hat{C} = 123^\circ}$$

Rta: Los otros ángulos interiores del $\triangle ABC$ miden 33° y 123° .

¿Cuántos números enteros de cuatro cifras que sean múltiplos de 3 y terminen en 17 hay?

Solución

Buscamos números de la forma $AB17$ que sean múltiplos de 3, entonces $A + B + 1 + 7 = A + B + 8$ debe ser múltiplo de 3.

Analizamos los distintos valores que puede tomar $A + B + 8$.

- $A + B + 8 = 9 \quad \rightarrow \quad A + B = 1$

La única posibilidad es $A = 1$ y $B = 0$. El número es 1017

- $A + B + 8 = 12 \quad \rightarrow \quad A + B = 4$

Los números son 1317 – 2217 – 3117 y 4017.

- $A + B + 8 = 15 \quad \rightarrow \quad A + B = 7$

Las posibilidades son:

1617 – 2517 – 3417 – 4317 – 5217 – 6117 – 7017.

- $A + B + 8 = 18 \quad \rightarrow \quad A + B = 10$

Los números son: 1917 – 2817 – 3717 – 4617 – 5517 – 6417 – 7317 – 8217 – 9117

- $A + B + 8 = 21 \rightarrow A + B = 13$

Las posibilidades son: 4917 - 5817 - 6717 - 7617 -
8517 - 9417

- $A + B + 8 = 24 \rightarrow A + B = 16$

Pueden ser 7917 - 8817 y 9717.

- $A + B + 8 = 27$ es imposible porque debería ser $A + B = 19$ con A y B dígitos.

En total hay $1 + 4 + 7 + 9 + 6 + 3 = 30$ números.



Con los dígitos 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 se arman números menores que 10000, sin cifras repetidas, que son múltiplos de 5 y de 3.

¿Cuáles y cuántos son?

Solución de Federico Pinho

Los números que se pueden arman tienen, todos, el 5 en la cifra de las unidades porque son múltiplos de 5. Además, por ser múltiplos de 3, la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

La lista es:

15 - 45 - 75

135 - 165 - 315 - 345 - 375 - 435 - 465

615 - 645 - 675 - 735 - 765

1245 - 1275 - 1365 - 1425 - 1635 - 1725

2145 - 2175 - 2415 - 2475 - 2715 - 2745

3165 - 3465 - 3615 - 3645 - 3675 - 3765

4125 - 4215 - 4275 - 4365 - 4635 - 4725

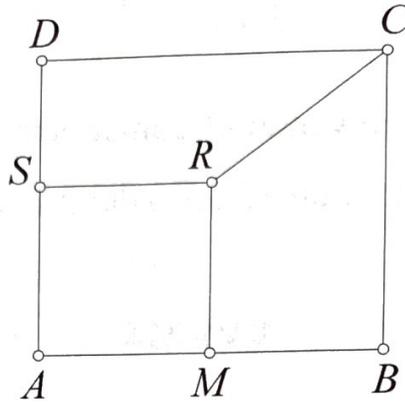
6135 - 6315 - 6345 - 6375 - 6435 - 6735

7125 - 7215 - 7245 - 7365 - 7425 - 7635

Son 51 números.



En la figura:



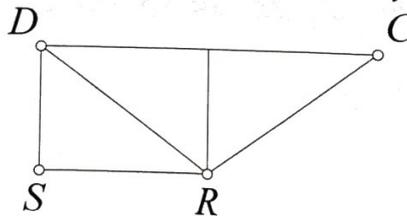
$ABCD$ es un rectángulo, $AMRS$ es un cuadrado, M es punto medio de AB .

El área de $ABCD$ es 224 cm^2 , el área de $SRCD$ es 72 cm^2 y el perímetro de $SRCD$ es 40 cm .

¿Cuál es el área de $MBCR$ y cuál es el perímetro de $MBCR$?

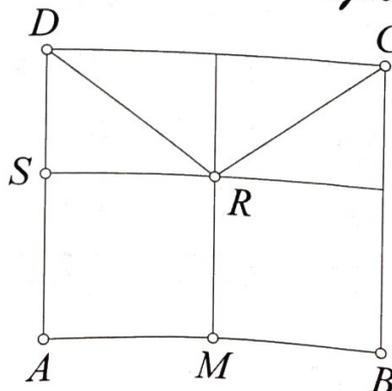
Solución de Ezequiel Finkelstein

$SRCD$ puede partirse en tres triángulos iguales



El área de cada triángulo es 24 cm^2 ($72 \text{ cm}^2 \div 3$).

El rectángulo $ABCD$ se puede partir en dos cuadrados iguales y cuatro triángulos iguales porque $MBCR$ puede partirse en un cuadrado y en un triángulo.



El rectángulo de lados SD y DC tiene 96 cm^2 de área. El rectángulo de lados AS y AB tiene área igual a

$$224 \text{ cm}^2 - 96 \text{ cm}^2 = 128 \text{ cm}^2$$

Entonces el área de cada cuadrado es 64 cm^2 .

$$\begin{aligned} \text{Área } MBCR &= 64 \text{ cm}^2 + 24 \text{ cm}^2 \\ &= 88 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Como área del cuadrado $AMRS = 64 \text{ cm}^2$, cada lado del cuadrado mide 8 cm ($AM = RM = SR = AS = 8 \text{ cm}$)

Entonces $AB = 2 \times 8 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$.

$$CD = AB = 16 \text{ cm}$$

Además, Área $ABCD = 224 \text{ cm}^2$

$$\Rightarrow AB \times BC = 224 \text{ cm}^2$$

$$BC = \frac{224}{16} \text{ cm} = 14 \text{ cm}$$

$$AD = BC = 14 \text{ cm}$$

$$DS = 14 \text{ cm} - 8 \text{ cm}$$

$$DS = 6 \text{ cm}$$

Perim $SRCD = SR + DS + DC + RC$

$$40 \text{ cm} = 8 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 16 \text{ cm} + RS$$

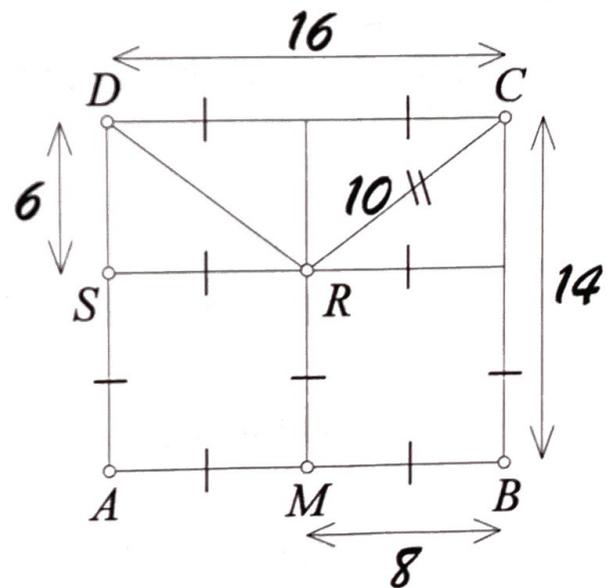
$$40 \text{ cm} = 30 \text{ cm} + RS$$

$$\Rightarrow RS = 10 \text{ cm}$$

Perim $MBCR = MB + BC + RC + RM$

$$= 8 \text{ cm} + 14 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 8 \text{ cm}$$

$$= \boxed{40 \text{ cm}}$$





Margarita, Ana y Elsa tienen tres profesiones diferentes. Una es maestra, una es secretaria, una es cajera.

Margarita, que es la esposa del hermano de Elsa, es mayor que la cajera. La maestra, que es hija única, es la menor de las tres. ¿Cuál es la profesión de Ana? Explica por qué.

Solución

Como la maestra es la menor de las tres, la cajera y la secretaria son mayores que ella. La secretaria es mayor que la cajera.

Si ordenamos las edades por profesión es:

edad de la maestra < edad de la cajera < edad de la secretaria.

Margarita es mayor que la cajera, entonces Margarita es la secretaria. Como Elsa tiene un hermano, no puede ser la maestra que es hija única. Ella es la cajera.

Rta: Ana es la maestra.